Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение

Чувашской Республики

«Чебоксарский экономико-технологический колледж» Министерства образования и молодежной политики Чувашской Республики

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**

**ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ СТУДЕНТОВ**

**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**ЕН.01. МАТЕМАТИКА**

специальность

среднего профессионального образования

**46.02.01 Документационное обеспечение управления и архивоведение**

Разработчик:

Андреева И.Г., преподаватель

Чебоксары 2022

СОДЕРЖАНИЕ

|  |  |
| --- | --- |
| Пояснительная записка  Введение  Распределение часов на выполнение самостоятельной работы студентов по разделам и темам учебной дисциплины ЕН.01 «Математика» Задания к самостоятельной работе студентов | 3  4-5  6  7-24 |

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

В связи с введением в образовательный процесс нового Федерального государственного образовательного стандарта все более актуальной становится задача организации самостоятельной работы студентов. Самостоятельная работа определяется как индивидуальная или коллективная учебная деятельность, осуществляемая без непосредственного руководства педагога, но по его заданиям и под его контролем.

Самостоятельная работа студентов является одной из основных форм внеаудиторной работы при реализации учебных планов и программ.   По дисциплине «Математика» практикуются следующие виды и формы самостоятельной работы студентов:

- отработка изучаемого материала по печатным и электронным источникам, конспектам лекций;

- изучение лекционного материала по конспекту с использованием рекомендованной литературы;

- написание конспекта-первоисточника;

- завершение практических работ и оформление отчётов;

- подготовка информационных сообщений, докладов с компьютерной презентацией, рефератов;

- подготовка материала-презентации.

  Самостоятельная работа может проходить в лекционном кабинете, компьютерном зале, дома.

Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

 Студент в процессе обучения должен не только освоить учебную программу, но и приобрести навыки самостоятельной работы. Студенту предоставляется возможность работать во время учебы более самостоятельно, чем учащимся в средней школе. Студент должен уметь планировать и выполнять свою работу.

Максимальное количество часов на дисциплину, предусмотренное учебным планом, составляет – 72 часа, в том числе:

обязательная аудиторная нагрузка обучающегося составляет 48 часов;

самостоятельная работа обучающегося – 24 часа

Удельный вес самостоятельной работы составляет по времени 50% от количества аудиторных часов, отведённых на изучение дисциплины.  Самостоятельная работа студентов является обязательной для каждого студента и определяется учебным планом.

При определении содержания самостоятельной работы студентов следует учитывать их уровень самостоятельности и требования к уровню самостоятельности выпускников для того, чтобы за период обучения искомый уровень был достигнут.

Для организации самостоятельной работы необходимы следующие условия:  
-готовность студентов к самостоятельному труду;

- наличие и доступность необходимого учебно-методического и справочного материала;   
- консультационная помощь.

Формы самостоятельной работы студентов определяются при разработке рабочих программ учебных дисциплин содержанием учебной дисциплины, учитывая степень подготовленности студентов.

**ВВЕДЕНИЕ**

Самостоятельная работа студентов – учебная, учебно-исследовательская и общественно-значимая деятельность студентов, направленная развитие общих и профессиональных компетенций, которая осуществляется без непосредственного участия преподавателя, но по их заданию.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

* формирования индивидуальной образовательной траектории, общих и профессиональных компетенций;
* обобщения, систематизации, закрепления, углубления и расширения полученных знаний и умений;
* формирования умений поиска и использования информации, необходимой для эффективного выполнения индивидуальной домашней работы;
* развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
* формирования самостоятельности профессионального мышления: способности к профессиональному и личностному развитию, самообразованию и самореализации;
* формирования умений использования информационно-коммуникационных технологий при подготовке реферата.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентами по заданию преподавателя, при их методическом руководстве, но без непосредственного участия преподавателя.

Если в процессе выполнения заданий для самостоятельной работы возникают вопросы, разрешить которые Вам не удается, необходимо обратиться к преподавателю для получения разъяснений.

В рамках дисциплины «Математика» студенты выполняют следующие виды самостоятельной работы:

* работа с конспектом лекций, учебным материалом;
* решение задач;
* поиск информации на сайтах Интернета;
* построение графиков функций;
* выполнение индивидуальной домашней работы;
* подготовка к экзамену.

Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения обязательной части учебного цикла обучающийся должен

уметь:

решать задачи на отыскание производной сложной функции, производных второго и высших порядков;

применять основные методы интегрирования при решении задач;

применять методы математического анализа при решении задач прикладного характера, в том числе профессиональной направленности;

знать:

основные понятия и методы математического анализа;

основные численные методы решения прикладных задач.

Специалист по документационному обеспечению управления, архивист должен обладать общими компетенциями, включающими в себя способность (по базовой подготовке):

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

**Количество часов на освоение программы дисциплины:**

максимальной учебной нагрузки обучающегося\_\_72\_\_\_часов, в том числе:

обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося \_\_48\_\_\_\_ часов;

самостоятельной работы обучающегося \_\_\_24\_\_\_ часов.

|  |  |
| --- | --- |
| **Самостоятельная работа обучающегося (всего)** | *24* |
| в том числе: |  |
| самостоятельная работа над курсовой работой (проектом) *(если предусмотрено)* | *не предусмотрено* |
| *решение задач по текущим темам;*  *поиск информации на сайтах Интернета;*  *построение графиков функций* | *14*  *5*  *5* |

Учебная дисциплина Математика относится к математическому и общему естественнонаучному циклу.

Методические рекомендации имеют определенную структуру.

* распределение часов на выполнение самостоятельной работы студентов по разделам и темам учебной дисциплины;
* задания к самостоятельной работе студентов;
* перечень рекомендуемых учебных изданий, дополнительной литературы.

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСОВ НА ВЫПОЛНЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО РАЗДЕЛАМ И ТЕМАМ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**ЕН.01 «МАТЕМАТИКА»**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Тема №№*** | **Вид самостоятельной работы** | ***кол-во***  ***часов*** |
| **1. Раздел 1. Теория пределов. Тема 1.1. Предел функции. Непрерывность функции. Основные теоремы о пределах.** | Поиск информации на сайтах Интернета: Обзор основных элементарных функций, их свойств и графиков.  Построение графиков элементарных функций.  Решение задач на вычисление пределов, нахождение асимптот. | 2  2  2 |
| **2**.**Дифференциальное исчисление.**  **Тема 2.1.Производная функции.** | Решение задач на вычисление производной. Вычисление производных сложных функций. | 2 |
| **2.Дифференциальное исчисление.** | Построение графиков функций по схеме. | 3 |
| **3**.**Интегральное исчисление.**  **Тема 3.1. Неопределённый интеграл.** | Решение задач по теме: Вычисление неопределённых интегралов непосредственно. Вычисление неопределённых интегралов методом подстановки.  Решение задач по теме: Вычисление неопределённых интегралов по частям | 2 |
| **Тема 3.2. Определённый интеграл.** | Решение задач по теме: Вычисление определённого интеграла различными методами. Решение задач по теме: Приближенные методы вычисления определенного интеграла (метод трапеции, метод прямоугольников). | 3 |
| **Раздел 4. Элементы линейной алгебры.**  **Тема 4.1. Понятие об определителях.**  **Решение систем линейных алгебраических уравнений по правилу Крамера.** | Решение задач на вычисление определителей 1,2,3 порядка. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера.  Поиск информации на сайтах Интернета о способах решения систем линейных алгебраических уравнений. | 3  2 |
| **Тема 4.2. Понятие о матрицах. Действия над матрицами.**  **Задачи линейного программирования.** | Решение задач по теме: Действия над матрицами.  Поиск информации на сайтах Интернета математических моделей для простейших экономических задач. | 2  1 |
| Итого | | 24 |

## 

## ЗАДАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

###### Тема 1: Поиск информации на сайтах Интернета: Теория пределов.

**Цель:** получить представление о свойствах непрерывных функций. Доклад по теме: Доказательство теоремы о свойствах пределов функций.

**Самостоятельная работа:** работа с литературой

**Форма контроля:** Доклад на уроке

**Требования к докладу:**

Доклад – публичное сообщение, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему. Это работа, требующая навыков работы с литературой. Студент должен не только выбрать тему доклада, исходя из своих интересов, но и суметь подобрать литературу, выбрать из нее наиболее существенное, переложить своими словами и изложить в определенной последовательности. Доклад должен быть с научным обоснованием, доказуем.

Написание доклада является достаточно сложной работой и требует уже сформировавшихся умений и навыков работы с литературой, особой мыслительной деятельности, знаний правил оформления. Доклад требует плана, по которому он выполняется. При оценке доклада учитываются его содержание, форма, а также и культура речи докладчика.

**Критерии оценивания:**

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, материал в полной мере соответствует заявленной теме, выполнены чертежи к теоремам, докладчик излагает материал самостоятельно;

Оценка «4» ставится при хорошем раскрытии темы доклада, выполненных чертежах к теоремам, обучающийся излагает материал не самостоятельно.

Оценка «3» ставится при раскрытии темы не полностью, докладчик неуверенно излагает свои тезисы, работа может быть сдана не в срок.

Оценка «2» ставится, если тема доклада не раскрыта.

**Литература:** Сборник задач по высшей математике: учеб.пособие для студ учреждений сред. проф. образования/ В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2017-160 с.

###### Тема 2: Дифференциальное исчисление

**Цель:** закрепить навыки по вычислению производных функций первого и второго порядков, по исследованию функций с помощью производной.

**Самостоятельная работа:** индивидуальная домашняя работа

**Форма контроля:** проверка контрольной работы

**Виды заданий:**

1. Найти производные функций
2. Составить уравнение касательной к графику функции в заданной точке
3. Найти промежутки возрастания и убывания функции
4. Исследовать функцию и построить график

**Пример выполнения работы:**

Обозначения: С- постоянная, х-аргумент, u, v, w – функции от х, имеющие производные.

Основные правила дифференцирования

1. (u+v-w)’=u’+v’-w’
2. (u∙v)’=u’v+uv’
3. (cv)’=c∙v’
4. ()’=



Примеры:

1. У’=(3x-2x5+e2)’=(3x)’- 2∙(x5)’+(e2)’= 3x ln3-10x4
2. У’=( 2x•x3)’=(2x)’•(x3)+( 2x)• (x3)’=2x ln2•x3+2x• 3x2
3. Y’==



**Производная сложной функции.**

Пусть дана сложная функция у=g(u), где u=f(x).

Если функция u=f(x) дифференцируема в некоторой точке х, а функция у=g(u) определена на множестве значений функции f(x) и дифференцируема в точке u=f(x), то сложная функция у=g(f(x)) в данной точке x имеет производную, которая находится по формуле

У’= g’(u)•f’(x).

Пример:

У’=((1+x2)5)’=5•(1+x2)4•2x

***Приложение производной к исследованию функций.***

**Касательная и нормаль к плоской кривой. Скорость и ускорение.**

**Касательная и нормаль к плоской кривой.**

Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции в точке равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в этой точке. *k* = *f ' (х0*) = *tgα* Уравнение касательной к графику функции

*у = f(x)*в точке *М(х0*; *f(x0))* имеет вид

*у = f(x0)+ f '(x0)(х – х0).*

Прямая, перпендикулярная касательной в точке касания *М(х0*; *f(x0)),* называется *нормалью* к кривой.

**Возрастание и убывание функции. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.**



**Возрастание и убывание функции.**

Интервалы, на которых функция только возрастает или же только убывает, называются *интервалами монотонности* функции, а сама функция называется *монотонной* на этих интервалах.

Максимум.

Функция y=f(x) имеет максимум х=а, если при всех х, достаточно близких к а, выполняется неравенство f(a)>f(x).

Признаки максимума:

1. f’(a)=0;
2. f’(x) при переходе аргумента через х=а, меняет знак с «+» на «-».

Минимум.

y=f(x) имеет минимум х=а, если при всех х, достаточно близких к а, выполняется неравенство f(a)<f(x).

Признаки максимума:

1. f’(a)=0;
2. f’(x) при переходе аргумента через х=а, меняет знак с «-» на «+».

**Наибольшее и наименьшее значения функции.**

Пусть функция *у = f(x)* непрерывна на отрезке [*а;в*]. Тогда она принимает как наибольшее, так и наименьшее значения на этом отрезке.

При решении этой задачи возможны два случая:

1) либо наибольшее (наименьшее) значение функции достигается внутри отрезка и тогда эти значения окажутся в числе экстремумов функции;

2) либо наибольшее (наименьшее) значение функции достигается на концах отрезка [*а;в*].

***Правило нахождения наибольшего и наименьшего значения непрерывной на отрезке [а;в] функции:***

1. Найти все критические точки, принадлежащие промежутку [*а;в*], и вычислить значения функции в этих точках.

2. Вычислить значения функции на концах отрезка [*а;в*], т.е. найти *f(а)* и *f(в).*

3. Сравнить полученные результаты; наибольшее из найденных значений является наибольшим значением функции на отрезке [*а;в*]; аналогично, наименьшее из найденных значений есть наименьшее значение функции на этом отрезке.

Например. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

*у =х5 – 5х4 +5х3 + 3* на отрезке *[- 1;2].*

*Решение:*

1. Находим критические точки, принадлежащие интервалу (- 1; 2) и значения функции в этих точках:

*у' =5 х4- 20х3 + 15х2; 5 х4- 20х3 + 15х2 = 0; 5х2(х2 – 4х + 3) = 0;*

*х1 = 0, х2 = 1, х3 = 3.*

Критическая точка *х3 = 3* не принадлежит заданному отрезку.

2. Вычисляем значения функции в двух других критических точках:

*у(0) = 3, у(1) = 4.*

3. Вычислим значения функции на концах заданного отрезка:

*у(- 1) = - 8, у(2) = - 5.*

4. Сравнивая полученные результаты, делаем вывод, что



**Исследование функций и построение их графиков.**

***Схема исследования функции и построения ее графика:***

1) найти область определения функции и определить точки разрыва, если они имеются;

2) исследовать функцию на четность и нечетность;

3) исследовать функцию на периодичность;

4) определить точки пересечения с осями координат, если это возможно;

5) найти критические точки функции;

6) определить промежутки монотонности и экстремумы функции;

7) определить промежутки вогнутости и выпуклости кривой и найти точки перегиба;

8) найти асимптоты графика функции;

9) используя результаты исследования, соединить полученные точки плавной кривой; иногда для большей точности графика находят несколько дополнительных точек; их координаты вычисляют, пользуясь уравнением кривой.

Например. Исследовать функцию *у = х3 – 6х2 + 9х - 3* и построить еѐ график.

*Решение:*

1) функция определена на всей числовой прямой, т.е. D(*у*) = R;

2) *у(-х) = (-х)3- 6(-х)2 + 9(-х) – 3= - х3- 6х2- 9х – 3,* функция не является ни четной, ни нечетной;

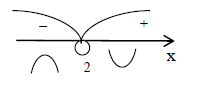
3) функция не является периодической;

4) найдем точку пересечения графика с осью *ОУ:* полагая *х = 0,* получим *у = - 3;* точки пересечения графика с осью *ОХ* в данном случае найти затруднительно.

5) найдем производную *f '(х)= 3х2- 12х + 9;* найдем критические точки

*f '(х)=0, 3х2- 12х + 9= 0,* получим *х = 1* и *х = 3 –* критические точки.

|  |
| --- |
| 6) в промежутках (-∞; 1) и (3; +∞) *у' >0,* функция возрастает; в  промежутке (1; 3) *у' <0,* функция убывает. При переходе через точку *х = 1* производная меняет знак с плюса на минус,  а при переходе через точку *х = 3* – с минуса на плюс. Значит  *ymax = у(1)= 1, ymin = у(3) = - 3.*  7) найдем вторую производную *у''= 6х – 12, у''=0, 6х – 12= 0, х = 2;* в промежутке (-∞; 2) *у'' <0,* кривая выпукла вверх,  в промежутке (2; +∞) *у'' >0,* кривая выпукла вниз. |



Получаем точку перегиба (2;-1). 8) график функции асимптот не имеет;

9) используя полученные данные, строим искомый график.

**Индивидуальная контрольная работа**

1 вариант.

1. Найти производную функции:

а) f(x)=cos3(x2+8); б) f(x)= в) f(x)=sin3(4x2+3x-8);

2.Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: f(x) = 3x – x3

2 вариант.

1. Найти производную функции:

а) f(x)=3(x5+7x3+1)4; б) f(x)=; в) f(x)=4ln(x6+5)-5x+2.

1. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: f(x) = x3 – 12x

3 вариант.

1. Найти производную функции:

а) f(x)=3(5x2-x+4)6; б) f(x)=2ln(x6+5); в) f(x)=cos4(4x-x2).

1. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: f(x) = x3 – 12x



4 вариант.

1. Найти производную функции:

а) f(x)=tg4(x-x2); б) f(x)=3cos5x+2  в) f(x)=(x2-1)\*(x+3)4.

1. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: f(x) = 5x - x3



5 вариант.

1. Найти производную функции:

а) а) f(x)=sin3(x-3); б)f(x)=(x2-1)\*(x+3); в) f(x)=3cos5x+2.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: f(x) = x3 – 3x – 1



6 вариант.

1. Найти производную функции:

а) f(x)=6(x2+4x3+12)4; б)f(x)=ln(x3-4x); в) f(x)= .

6. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: f(x) = 2 + x3

7 вариант.

1. Найти производную функции:

а) f(x)=cos2(x2+x-1); б) f(x)=2sin3x+2;  в) f(x)=sin3(x-3).

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: f(x) = 1 + 4x - x3



8 вариант.

1. Найти производную функции:

а) f(x)=(2x6+3x4+1)4; б) f(x)= в) б)f(x)=(x2-1)\*(x+3)4.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: f(x) = x3 – x + 3



9 вариант.

1. Найти производную функции:

а) f(x)=(x3-6)\*(x+4)2 ; б) f(x)= в) f(x)=sin3(4x2+3x-8).

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: f(x) = 4x3 – 6x2

10 вариант.

1. Найти производную функции:

а) f(x)=sin(x2+5); б) f(x)= в) f(x)=4ln(x6+5)-5x+2 .

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: f(x) = 3x2 – x3

**Критерии оценивания:**

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все 4 задания выполнены верно, построен график функции верно, работа оформлена подробна и аккуратна;

Оценка «4» ставится при 3 верно выполненных заданиях, построен график функции верно, работа оформлена подробна и аккуратна

Оценка «3» ставится при выполненных верно 2 заданиях, но исследование функции проведено верно, работа может быть сдана не в срок.

Оценка «2» ставится, если домашняя контрольная работа выполнена неверно.

**Используемая литература:**

1. Башмаков М. И. Математика: учебник для учреждений начального и среднего проф. образования- М.: Издательский центр «Академия», 2012 г

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М., Высшая школа, 2010.

3. Валуце И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов. М.,1989.

4. Григорьев В. П., Дубинский Ю. А. Элементы высшей математики: Учебник для студентлов учреждений СПО – 6-е изд. , стер. М.: Академия, 2011. – 320с

5. Пехлецкий И.Д. Математика ;Учеб. Для студентов СПО.-М.;Академия,2010.

###### Тема 3: Интегральное исчисление

**Цель:** закрепить навыки по вычислению интегралов различными способами.

**Самостоятельная работа:** индивидуальная домашняя работа

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Вычислить неопределенный интеграл
2. Вычислить определенный интеграл
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси.

**Пример выполнения работы:**

**1. Первообразная функция и неопределенный интеграл**

Пусть у = F(x) имеет производную *у' = f (х*), тогда ее дифференциал

*dy = f (x) dx*

Функция F(x) по отношению к ее дифференциалу *f(x) dx* называется **первообразной.**

*Определение:* Функция F(x) называется **первообразной** для функции *f (x)* на заданном промежутке, если для всех *х* из этого промежутка F'(x) = *f (x).* Дифференциалу функции соответствует не единственная первообразная, а множество их, причем они отличаются друг от друга постоянным слагаемым.

Пусть F(x) - первообразная для дифференциала *f (x) dx.*

Тогда:

(F(x) + С)' = F'(x) + С' = *f (x) +* 0 = *f (x)* , где С - постоянная.

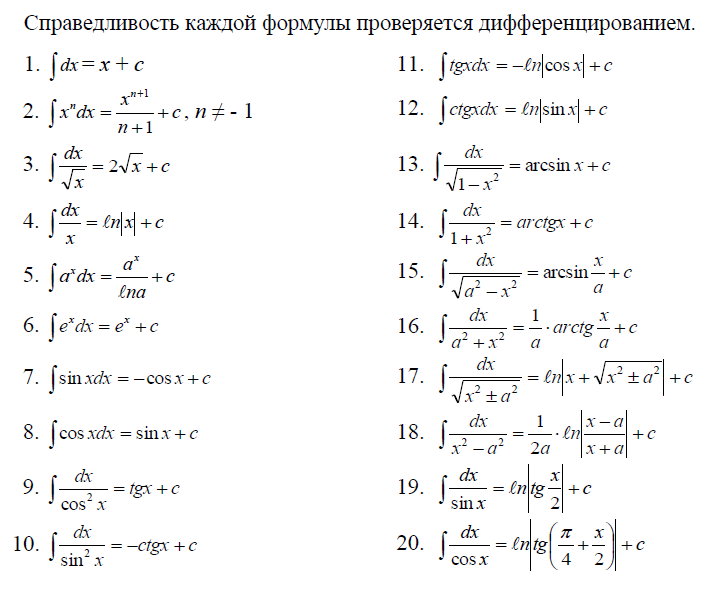
Определение: совокупность всех первообразных функций F(x)+С для дифференциала *f (x) dx называется неопределенным интегралом и обозначается .*



= F(x)+С, где - подынтегральное выражение.



С- постоянная интегрирования. Процесс нахождения первообразной называется интегрированием. **Формулы интегрирования**



**Непосредственное интегрирование.**

При непосредственном интегрировании следует пользоваться таблицей интегралов. Интегрируя функции, содержащие переменную в знаменателе дроби или под знаком радикала, нужно вводить степень с отрицательным или дробным показателем, привести подынтегральное выражение к виду какого-либо табличного интеграла.

При интегрировании произведения в ряде случаев полезно предварительно раскрыть скобки.

**Интегрирование методом подстановки.**

Если интеграл затруднительно привести к табличному с помощью элементарных преобразований, то в этом случае пользуются методом подстановки (методом замены переменной интегрирования).

Сущность этого метода заключается в том, что путем введения новой переменной удается свести данный интеграл к новому интегралу, который сравнительно легко берется непосредственно.

Для интегрирования методом подстановки можно использовать следующую схему:

1) часть подынтегральной функции надо заменить новой переменной;

2) найти дифференциал от обеих частей замены;

3) все подынтегральное выражение выразить через новую переменную (после чего должен получиться табличный интеграл);

4) найти полученный табличный интеграл;

5) сделать обратную замену.

**2. Определенный интеграл.**

Определенный интегралот неотрицательной функции с геометрической точки зрения равен площади криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком функции , слева и справа – отрезками прямых х=а, х=b, снизу отрезком [a; b] Ох

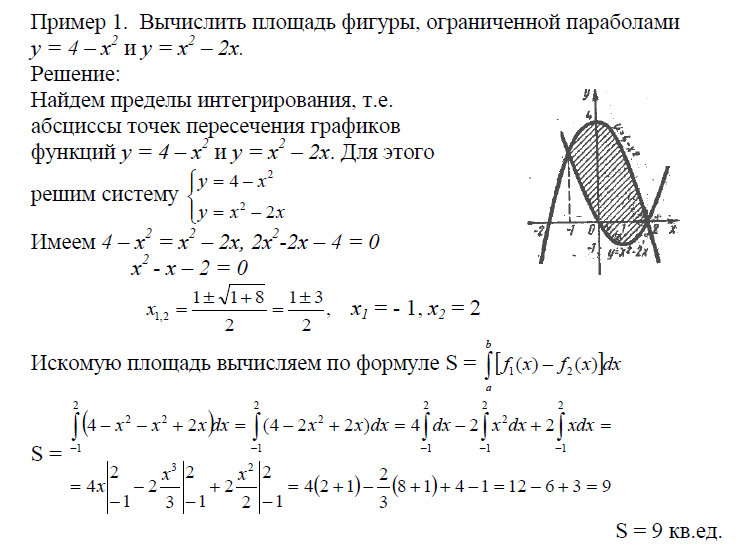
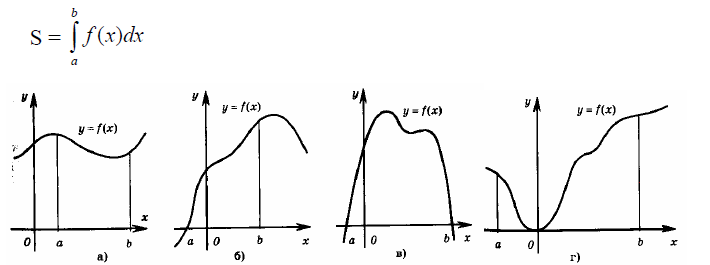


**3. Приложения определенного интеграла**

**Вычисление площадей**

Фигура, ограниченная кривой *у = f (x)*, осью абсцисс и двумя прямыми, перпендикулярными к оси абсцисс, называется *криволинейной трапецией*. Отрезок [a;b] называется основанием криволинейной трапеции. Различные примеры криволинейных трапеций приведены на рисунках *а – г.*

Площадь фигуры, ограниченной кривой *у = f (x)*, где *f (x) > 0*, осью *ОХ* и двумя прямыми *х = а и х = b*, выражается определенным интегралом:



**Индивидуальная контрольная работа**

1. **Найдите неопределенные интегралы:**

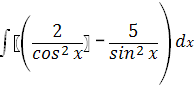
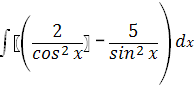
*1. 16.*



*2. 17.*



*3. 18.*



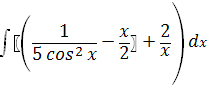
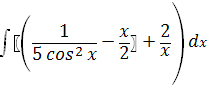
*4. 19.*



*5. 20.*



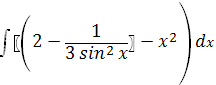
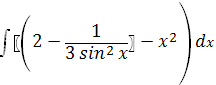
*6. 21.*



*7. 22.*



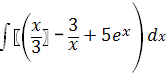
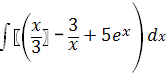
*8. 23.*



*9. 24.*



*10. 25.*



*11. 26.*



*12. 27.*



*13. 28.*



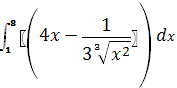
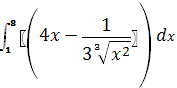
*14. 29.*



*15. 30.*



1. Найдите определенные интегралы:
2. 16.



1. 17.



1. 18.



1. 19.



1. 20.



1. 21.



1. 22.



1. 23.



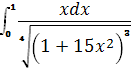
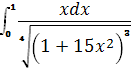
1. 24.



1. 25.



1. 26.



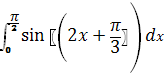
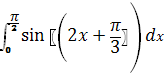
1. 27.



1. 28.



1. 29.



1. 30.



3. Сделайте чертеж и вычислите площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

###### *1) y = 3x-1, y = 0, x = 2, x = 4*

*2) x - 2y + 4 = 0, x + y – 5 = 0, y = 0*

*3) y = , y = 0, x = 0, x = 3*



*4) y = 9 - , y = 0*



*5) y = 4x - , y = 0*



*6) y = - 2x + 3, y = 0, x = 0, x = 3*



*7) y = , 5x – y – 6 = 0*



*8) y = , x =*



*9) y = - + 6, y = 2x + 3*



4. Сделайте чертеж и вычислите объем тела, образованного вращением вокруг оси *ОХ* фигуры, ограниченной данными линиями:

*1) у= 6x, y = 0, x = 1, x=3*

*2)у=6-х, у=х2*

*3) y = - 4, x = 0*



*4) y = , y = 0, x = 0, x =*



*5) у= 4x, y = x*

*6) y = 4 - , x – y + 2 = 0*



5. Сделайте чертеж и вычислите объем тела, образованного вращением вокруг оси *ОУ* фигуры, ограниченной данными линиями:

*1) y = , y = 1, y = 4, x = 0*



*2) y = + 1, y = 5*



*3) = 9x, y = 3x*

*4) = 2x, 2x + 2y – 3 = 0*

**Критерии оценивания:**

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все 4 задания выполнены верно, верно построены график функции при нахождении площади фигуры и объема тела, работа оформлена подробно и аккуратно;

Оценка «4» ставится при 3 верно выполненных заданиях, верно построены график функции при нахождении площади фигуры и объема тела, работа оформлена подробно и аккуратно

Оценка «3» ставится при выполненных верно 2 заданиях, но выполнено верно хотя бы одно из заданий по нахождению площади фигуры или объема тела с помощью интеграла, работа может быть сдана не в срок.

Оценка «2» ставится, если домашняя контрольная работа выполнена неверно или выполнено верно 1 задание.

**Используемая литература:**

1. Математика: учебник для студ учреждений сред. проф. образования/ В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2016-368 с.

2. Сборник задач по высшей математике: учеб.пособие для студ учреждений сред. проф. образования/ В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2017-160 с.

.

###### Тема 4: Вычисление определителей

**Цель:** закрепить навыки по вычислению определителей второго, третьего и высших порядков.

**Самостоятельная работа:** индивидуальная домашняя работа

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Вычислить определитель второго порядка
2. Вычислить определитель третьего порядка
3. Вычислить определитель высших порядков
4. Выполнить проверку с помощью программы MS Excel

###### Пример выполнения работы:

***1. Вычислить определитель второго порядка***

**Определителем второго порядка** называется число, которое поставлено в соответствие таблицы коэффициентов 

по следующему правилу: произведение по главной диагонали берется со знаком плюс, по другой диагонали со знаком минус.

 = a1b2 – a2b1

Пример: вычислить определитель второго порядка

1) 

2) 

***2****.* ***Вычислить определитель третьего порядка***

**Определителем третьего порядка** называется число, которое поставлено в соответствие таблицы коэффициентов по следующему правилу:



Это определение определителя наглядно можно представить следующим образом:





Это правила называют еще «Правило треугольника»

Пример: Вычислить определитель третьего порядка



***3. Вычислить определитель высшего порядка***

В общем виде определитель n-го порядка может быть представлен следующем виде:



где aij– элемент определителя, i – номер строки, j – номер столбца.

Возьмем aijв определителе и вычеркнем i строку, j столбец. В результате останется определитель порядка на единицу ниже. Такой определитель называется **минором элемента aij.** Обозначается минор – Mij.

Пример: Найти минор элемента а12 определителя 

Для этого вычеркнем первую строку, второй столбец.



В результате останется определитель порядка на единицу ниже и минор равен:



**Алгебраическим дополнением** элемента определителя называется его минор взятый со своим знаком, если сумма номеров строки и столбца, в которой расположен элемент, четная и с обратным знаком, если нечетная.

 - алгебраическое дополнение

**ТЕОРЕМА:** Определитель n-го порядка равен сумме произведений какой либо строки (или столбца) на их алгебраические дополнения.



Пример: Вычислить определитель четвертого порядка 

По теореме определитель равен сумме произведений элементов какой-либо строки на их алгебраические дополнения. Найдем алгебраические дополнения элементов первой строки и разложим определитель по первой строке:



**Варианты заданий:**

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Задание |
| 1 | 1) а) D = ; б) D = ; в) D = |
| 2 | 1) а) D = ; б) D = ; в) D = |
| 3 | 1) а) D = ; б) D = ; в) D = |
| 4 | 1) а) D = ; б) D = ;в) D = |
| 5 | 1) а) D = ; б) D = ;в) D = |
| 6 | 1) а) D = ; б) D = ;в) D = |
| 7 | 1) а) D = ; б) D = ; в) D = |
| 8 | 1) а) D = ; б) D = ; в) D = |
| 9 | 1) а) D = ; б) D = ; в) D = |
| 10 | 1) а) D = ; б) D = ; в) D = |

**Критерии оценивания:**

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все задания выполнены верно, выполнена проверка с помощью программы Excel, работа оформлена подробно и аккуратно;

Оценка «4» ставится при 1 неверно выполненном задании, или не выполнена проверка в Exel, работа оформлена подробно и аккуратно

Оценка «3» ставится при выполненном верно 1 задании, работа может быть сдана не в срок.

Оценка «2» ставится, если домашняя контрольная работа выполнена неверно.

###### Литература:

1. Математика: учебник для студ учреждений сред. проф. образования/ В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2016-368 с.

2. Сборник задач по высшей математике: учеб.пособие для студ учреждений сред. проф. образования/ В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2017-160 с.

###### Тема 5: Решение систем линейных алгебраических уравнений

**Цель:** закрепить навыки по решению систем методом Крамера и методом Гаусса.

**Самостоятельная работа:** индивидуальная домашняя работа

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Решить систему методом Крамера
2. Решить систему методом Гаусса
3. Выполнить проверку с помощью программы MSExcel

###### Пример выполнения работы:

1. ***Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера***

 Рассмотрим систему n линейных уравнений с n неизвестными.

х1 , х2 , …, хn– неизвестные,

b1, b2, …., bn - столбец свободных членов.

Составим главный определитель системы из коэффициентов при неизвестных



Составим вспомогательные определители системы следующим образом:



 … 

Тогда решением системы является:

, , …, 

Отметим следующее:

1. Если определитель системы D ≠ 0, то система определена, т.е. имеет единственное решение
2. Если D = Dx1 = Dx2 = … =Dxn = 0, то система имеет бесконечно много решений, т.е. является неопределенной.
3. Если D = 0, но хотя бы один из Dx1, Dx2, … ,Dxnне равен нулю, то система несовместна, т.е. не имеет решений.

Из – за арифметических трудностей формулы Крамера на практике используются для систем не выше третьего, четвертого порядка.

Пример: Решить по формулам Крамера систему уравнений:

2х + 3у = 1

х – у = 0

Вычислим все определители:







Отсюда 



Ответ: , 

Пример: Решить по формулам Крамера систему уравнений:



Вычислим:



Тогда:



Ответ: х1=2/3, х2=1, х3=0.

**Индивидуальная контрольная работа:**

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Задание |
| 1 | а)  б) |
| 2 | а)  б) |
| 3 | а)  б) |
| 4 | а)  б) |
| 5 | а)  б) |
| 6 | а)  б) |
| 7 | а)  б) |
| 8 | а)  б) |
| 9 | а)  б) |
| 10 | а)  б) |

**Критерии оценивания:**

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все задания выполнены верно, системы решены всеми заявленными способами, работа оформлена подробно и аккуратно;

Оценка «4» ставится при верно выполненных заданиях, но могут системы решены не всеми требуемыми способами, работа оформлена подробно и аккуратно

Оценка «3» ставится при выполненных верно заданиях, но решение системы представлено 1 способом, работа может быть сдана не в срок.

Оценка «2» ставится, если домашняя контрольная работа выполнена неверно или выполнено верно 1 задание.

###### Литература:

1. Математика: учебник для студ учреждений сред. проф. образования/ В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2016-368 с.

2. Сборник задач по высшей математике: учеб.пособие для студ учреждений сред. проф. образования/ В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2017-160 с.